Информационно-методический материал
по ГЕОМЕТРИИ 9 класс

Рекомендуемый учебник: А.В.Погорелов, Геометрия 7-9 класс; М. «Просвещение», 2014г.

I. Тема: «Подобие фигур»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- Преобразования подобия
- Признак подобия треугольников
- Углы, вписанные в окружность
- Пропорциональность отрезков хорд и секущих окружности

Знать:

- определение гомотетии, подобия, коэффициентов гомотетии и подобия;
- определение подобных фигур;
- формулировку признаков подобия треугольников;
- признаки равенства треугольников,
- сумма углов треугольника, теорема Пифагора.
- определение центрального угла;
- определение угла, вписанного в окружность

Уметь:

- решать задачи, направленные на формирование умений доказывать подобие
- треугольников с использованием соответствующих признаков и вычислять
- элементы подобных треугольников.
- доказывать свойство о сохранении углов при преобразовании подобия;
- воспроизводить доказательства признаков подобия;
- применять признаки подобия при решении задач;
- доказывать теорему о вписанном угле;
- доказывать свойства отрезков хорд и секущих окружности;
- решать задачи на применение свойства вписанного угла

Пример:

Подобны ли треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, если AB = 1м, AC = 1,5 м, BC = 2м; A_1B_1 = 10см,
A_1C_1 = 15см, B_1C_1 = 20 см.

Решение:

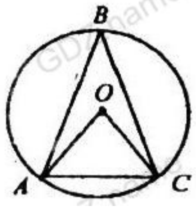
Треугольники будут подобны, если будет выполняться равенство: $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$

1м = 100см; 1,5м = 150см; 2м = 200см; $\frac{100}{10}=\frac{150}{15}=\frac{200}{20}=10$, значит Δ ABC ~ Δ $A_1B_1C_1$

Пример:

Точки A, B, C лежат на окружности. Чему равен угол ABC, если хорда AC равна радиусу окружности.

Решение:



∠AOC – центральный угол для ∠ABC, так как AC = OC = AO, то Δ AOC –

равносторонний,
$\angle AOC = \frac{180}{3} = 60^0$, $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$; $\angle ABC = 30^0$
Ответ: $\angle ABC = 30^0$

Выполните задания по теме «Подобие фигур»

Задание № 1
Через точку B стороны PK треугольника KTP проведена прямая, параллельная стороне TK и пересекающая сторону PT в точке A.
Вычислите длину отрезка AB, если KT = 52 см, AT = 12 см, AP = 36 см.

Задание № 2
Точки A и B делят окружность на дуги, градусные меры которых пропорциональны числам 6 и 9. Через точку A проведён диаметр AC.
Вычислите градусные меры углов треугольника ABC.

Задание № 3
Хорды KM и TP окружности пересекаются в точке A.
Вычислите:
а) градусную меру тупого угла, образованного этими хордами, если точки K, M, T, P делят окружности на дуги, градусные меры которых пропорциональны числам 2, 3, 6, и 9.

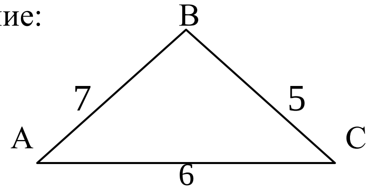
б) длину отрезка TA, если AP на 7 см больше TA, KA = 4,5 см, MA = 4 см.

II. Тема: «Решение треугольников»
Прочитайте следующие разделы по данной теме:
- Теорема косинусов
- Теорема синусов
- Соотношение между углами треугольника и противолежащими сторонами

Знать:
формулировку теоремы косинусов и следствия из нее; ;
утверждение о свойствах диагоналей параллелограмма;
формулировки теоремы синусов и следствия из неё о соотношении между сторонами и углами треугольника;

Уметь:
- доказывать теорему косинусов, теорему синусов;
- записывать в виде равенства теорему косинусов применительно к данному треугольнику;
- составлять пропорции для сторон и углов данного треугольника, применять её при решении задач

Пример:
Стороны треугольника ABC 5м,6м,7м. Найдите косинус угла C.
Решение:



Пусть AB = 7м, AC = 6м, BC =5 м, тогда по теореме косинусов
$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos\angle C$, получаем $\cos\angle C = \frac{BC2 + AC2 - AB2}{2 \cdot BC \cdot AC}$; $\cos\angle C = \frac{25 + 36 - 49}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$;
Ответ: $\cos\angle C = \frac{1}{5}$

Выполните задания по теме «Решение треугольников»

Задание № 1

Сторона AB треугольника ABC равна 16 см, угол A равен 30^0, угол B равен 105^0.
а) вычислите длину стороны BC
б) найдите меньшую сторону треугольника ABC

Задание № 2

Угол M при основании MT трапеции MKPT равен 45^0, MK = $6\sqrt{2}$см, MT = 10см, KP = 4 см
Вычислите:
а) длину меньшей диагонали трапеции;
б) сумму длин диагоналей трапеции

Тема: «Многоугольники»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- Ломаная. Выпуклые многоугольники. Правильные многоугольники
- Формулы для радиусов вписанных и описанных окружностей многоугольников
- Построение некоторых правильных многоугольников
- Подобие правильных выпуклых многоугольников
- Длина окружности.
- Радианная мера угла

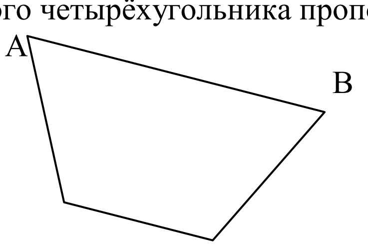
Знать:

- формулу суммы углов выпуклого угольника, сумму внешних углов;
- теорему о длине, ломанной;
- формулы, связывающие радиус описанной окружности и радиус вписанной окружности

Уметь:

- изображать ломаную, называть по рисунку её элементы, проводить доказательство теоремы,
- чертить многоугольник(выпуклый), строить его диагонали, внешние углы, уметь доказывать теорему о сумме углов выпуклого многоугольника;
- применять формулу длины окружности для решения задач

Пример:
Углы выпуклого четырёхугольника пропорциональны числам 1, 2, 3, 4. Найдите их.
Решение:

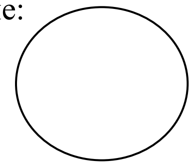


C

D

По теореме о сумме углов многоугольника $S_n = 180^0 (n - 2)$;
$S_4 = 180^0 (4 - 2) = 180^0 \cdot 2 = 360^0$;
Пусть градусная мера $\angle A = x^0$; $\angle B = 2x^0$; $\angle C = 3x^0$; $\angle D = 4x^0$;
$x^0 + 2x^0 + 3x^0 + 4x^0 = 360^0$; $10x^0 = 360^0$, значит $x = 36^0$; $\angle B = 2 \cdot 36^0$; $\angle C = 3 \cdot 36^0$;
$\angle D = 4 \cdot 36^0$;
$\angle A = 36^0$; $\angle B = 72^0$; $\angle C = 108^0$; $\angle D = 144^0$;
Ответ: $\angle A = 36^0$; $\angle B = 72^0$; $\angle C = 108^0$; $\angle D = 144^0$;

Пример:
Вычислите длину окружности, если её радиус равен 10м.
Решение:



Длина окружности вычисляется по формуле $l = 2\pi R$; $R = 10$ м; $l = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 = 62{,}8$ (м)
Ответ: 62,8 м

Решить по одной задаче из каждой темы (по выбору)

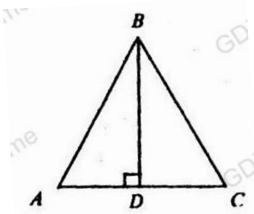
Тема: «Площади фигур»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:
- Площадь прямоугольника
- Площадь треугольника. Формула Герона для площади треугольника
- Площадь трапеции
- Формулы для радиусов вписанной и описанной окружностей треугольника
- Площади подобных фигур
- Площадь круга

Знать:
- свойства площади;
- формулу площади прямоугольника, треугольника, параллелограмма, трапеции;
- формулы, связывающие площадь треугольника и радиусы вписанных и описанных окружностей;
- определение круга, кругового сектора и кругового сегмента;
- формулу площади круга, кругового сектора и кругового сегмента.

Уметь:
- выводить формулу площади прямоугольника;
- проводить доказательства справедливости формул площадей фигур;
- находить отношение площадей подобных фигур по известным длинам пары соответствующих элементов этих фигур;
- находить площадь круга, распознавать и изображать круговой сектор и круговой сегмент, вычислять их площади;

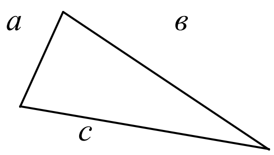
Пример:
Чему равна площадь равнобедренного треугольника, если его основание 120 м, а боковая сторона 100м.
Решение:



$\triangle ABC$ – равнобедренный, AB = BC, AB = 100 м, AC = 120 м.
проведём $BD \perp AC$, по свойству равнобедренного треугольника BD – медиана и высота.
Тогда AD = $\frac{1}{2}$ AC; AD = $\frac{120}{2}$ = 60 м;
В $\triangle ABD$: $\angle D = 90^0$, AB = 100 м, AD = 60 м,
по теореме Пифагора, $a^2 + b^2 = c^2$, получаем
BD = $\sqrt{10000 - 3600}$ = $\sqrt{6400}$ = 80 м.
$S_{ABC} = \frac{1}{2}$ AC·BD; $S_{ABC} = \frac{1}{2}$ 120·80 = 4800 м^2

Ответ : S_{ABC} = 4800 м^2

Пример:
Найдите площадь треугольника по трём сторонам: 13 см, 14 см ,15 см.
Решение:



$a = 13$; $в = 14$; $c = 15$.
По формуле Герона $S\triangle = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p = \frac{a+b+c}{2}$; $p = \frac{13+14+15}{2} = \frac{42}{2} = 21$;
$S\triangle = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}$ = 84(см^2)
Ответ : $S\triangle$= 84 см^2

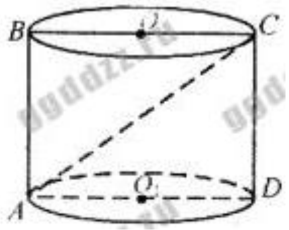
Пример:
Найдите площадь круга, если длина окружности *l*.
Решение:

Длина окружности вычисляется по формуле $l = 2\pi$R,откуда находим $R = \frac{l}{2\pi}$;
S = $2\pi R^2$, тогда получаем S = $\pi \cdot (\frac{l}{2\pi})^2$; S = $l^2/4\pi$
Ответ : S = $l^2/4\pi$

Решить по одной задаче из каждой темы (по выбору)
Тема: «Элементы стереометрии»
Прочитайте следующие разделы по данной теме:
- Аксиомы стереометрии
- Параллельность прямых и плоскостей в пространстве

- Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве
- Многогранники. Тела вращения
- Знать: основные понятия стереометрии;
- формулы нахождения площадей поверхности и объемов;
- Уметь: устанавливать связь с планиметрической задачей

Пример:
Радиус основания цилиндра 2м, высота 3м. Найдите диагональ осевого сечения.
Решение:



Осевое сечение является прямоугольником со сторонами CD = 2 м, AD = 4 м.
AC – гипотенуза в $\triangle ACD$, $\angle D = 90^0$; по теореме Пифагора $AC^2 = AD^2 + CD^2$
$AC^2 = 4^2 + 3^2$; $AC = \sqrt{25} = 5$ (м)
Ответ : AC = 5 м

Выполните задания по теме «Элементы стереометрии»

Задание № 1
Диаметр окружности, описанной около правильного треугольника, равен $12\sqrt{3}$ см. Вычислите периметр этого треугольника.

Задание № 2
Радиус окружности равен 16 см, величина центрального угла – 102^0.
Вычислите длину дуги ВС, которая опирается на центральный угол.

Задание № 3
Длина гипотенузы равнобедренного прямоугольного треугольника равна $8\sqrt{2}$ см.
Вычислите его площадь.

Задание № 4
Острый угол А прямоугольный трапеции ABCD равен 30^0. Сумма длин её боковых сторон - $12\sqrt{3}$ см, меньшее основание ВС – 8 см.
Вычислите:
а) площадь трапеции;
б) расстояние от вершины В до диагонали АС.

Задание № 5
Площади двух подобных многоугольников пропорциональны числам 9 и 10. Периметр одного из них на 10 см больше периметра другого.
Вычислите периметры многоугольников.