

Информационно-методический материал
АЛГЕБРА 9 класс

Рекомендуемый учебник: Ю.Н.Макарычев, Алгебра ,9 класс, М.: «Просвещение», 2014 г.

I. Тема: «Квадратичная функция»

Содержание:

- ❖ Функции и их свойства
- ❖ Квадратный трёхчлен
- ❖ Квадратичная функция и её график
- ❖ Степенная функция. Корень n-й степени

Знать:

- графики элементарных функций, возрастание и убывание функции;
- формулы дискриминанта и корней квадратного трёхчлена;
- свойства функций $y = ax^2$, формулы координат вершин параболы;
- свойства степенной функций.
-

Уметь:

- находить область определения и область значений функции;
- строить графики линейной функции, прямой и обратной пропорциональности;
- выделять квадрат двучлена из квадратного трёхчлена и выполнять разложение квадратного трёхчлена на множители;
- определять направление ветвей параболы;
- строить график квадратичной функции;
- с помощью графика перечислять свойства квадратичной функции;
- определять чётность и нечётность функции;
- вычислять корень n-й степени.

Пример.

При каких значениях x функция $y = -0,7x + 350$ обращается в ноль.

Решение: $y = 0$; $-0,7x + 350 = 0$

$$-0,7x = -350$$

$$x = -350 : (-0,7)$$

$$x = 500$$

Ответ: $x = 500$

Пример.

Разложите на множители квадратный трёхчлен $3x^2 - 24x + 21$

Решение: $3x^2 - 24x + 21 = 0$,

$$D = (-24)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 21 = 576 - 252 = 324$$

$$x_1 = \frac{24 - \sqrt{324}}{-48} = \frac{24 - 18}{-48} = \frac{7}{-8}$$

$$x_2 = \frac{24 + \sqrt{324}}{-48} = \frac{24 + 18}{-48} = \frac{1}{-8}$$

$$3x^2 - 24x + 21 = 3 \left(x + \frac{7}{8} \right) \left(x + \frac{1}{8} \right)$$

$$\text{Ответ: } 3x^2 - 24x + 21 = 3 \left(x + \frac{7}{8} \right) \left(x + \frac{1}{8} \right)$$

Пример.

Принадлежит ли графику функции $y = -100x^2$ точка A (-3; -900)

Решение: $-900 = -100 \cdot (-3)^2$
 $-900 = -100 \cdot 9$
 $-900 = -900$

Ответ: т. А \in $y = -100x^2$

Пример.

Вычислите: $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt[3]{343}$

Решение: $\sqrt[4]{16} = 2$, т. к. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

$\sqrt[3]{343} = 7$, т. к. $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

Ответ: 16; 343

Задания для самоконтроля!

Выполнить задания по теме «Квадратичная функция»

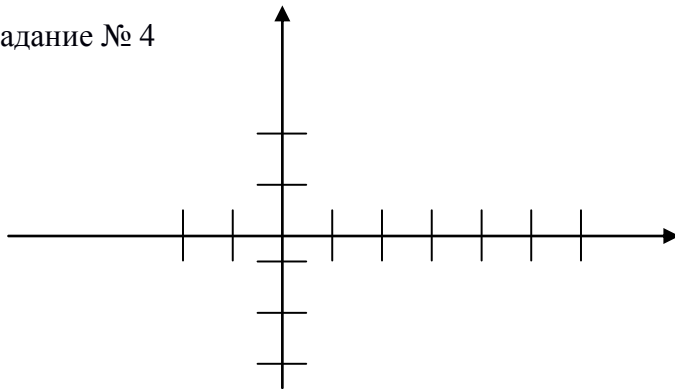
Задание №1

Разложите на множители квадратный трёхчлен: $ax^2 - 14x + 45$; $63x^2 + 7x - 6$;

Задание № 2 Сократите дробь: $\frac{3x^2+x-2}{4-9x^2}$

Задание № 3 Область определения функции $y = f(x)$ – отрезок [-2;6]. Найдите нули функции, промежутки возрастания и убывания, область значений функции.

Задание № 4



Постройте график функции $y = x^2 - 6x + 5$. Найдите с помощью графика:
а) значение y при $x=0,5$
б) значения x , при которых $y = -1$
в) нули функции; промежутки, в которых $y > 0$ и в которых $y < 0$
г) промежутков, на котором функция возрастает.

Задание № 5

Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 8x + 7$

Задание № 6

Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y = \frac{1}{4}x^2$ и прямая $y = 5x - 16$

Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

I. Тема: «Уравнения и неравенства с одной переменной»

Содержание:

- ❖ Уравнение с одной переменной

Знать:

- понятие целого рационального уравнения.

Уметь:

- находить степень целого уравнения;
- решать рациональные уравнения с помощью разложения на множители и введение новой переменной;
- использовать формулы сокращенного умножения;
- применять метод группировки.

Решить по четыре упражнения (по выбору) из каждого раздела

Пример.

Решите уравнение: $3x^3 - x^2 + 18x - 6 = 0$

Решение: $3x^3 - x^2 + 18x - 6 = 0$

$$x^2 \cdot (3x - 1) + 6 \cdot (3x - 1) = 0$$

Так как $x^2 + 6 > 0$, то $3x - 1 = 0$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Ответ: $x = \frac{1}{3}$

Содержание:

- Неравенства с одной переменной;
- Решение неравенств методом интервалов;

Знать:

- как решают неравенства методом интервалов.

Уметь:

- решать неравенства второй степени, используя свойства графика квадратичной функции.

Пример.

Решите неравенство используя метод интервалов: $(x + 8)(x - 5) > 0$

Решение: $(x + 8)(x - 5) > 0$

Находим нули функции $f(x) = (x + 8)(x - 5)$

$$x + 8 = 0; x - 5 = 0$$

$$x = -8; x = 5$$



$$(-\infty; -8) \quad (5; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -8) \quad (5; +\infty)$$

Решить по четыре упражнения (по выбору) из каждого раздела

II. Тема: «Уравнения и неравенства с двумя переменными»

Содержание:

- ❖ Уравнение с двумя переменными и их системы;
- ❖ Неравенства с двумя переменными их системы;

Знать:

- что называется, графиком уравнения с двумя переменными;
- что называется, решением неравенства с двумя переменными.

Уметь:

- решать простейшие системы, содержащие уравнения второй степени с двумя переменными;
- изображать на координатной плоскости множество решений системы неравенства;
- решать задачи с помощью систем уравнений второй степени.

Пример.

Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ xy = -20 \end{cases}$$

Выразим из первого уравнения переменную x через y :

$$x = 8 - y$$

подставим во второе уравнение вместо x выражение $8 - y$, получим уравнение с переменной y :

$$(8 - y)y = -20$$

$$8y - y^2 = -20$$

$$-y^2 + 8y + 20 = 0$$

$$D = 8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 20 = 64 + 80 = 144$$

$$y_1 = \frac{-8 + \sqrt{144}}{2(-1)} = \frac{-8 + 12}{-2} = \frac{4}{-2} = -2;$$

$$y_2 = \frac{-8 - \sqrt{144}}{2(-1)} = \frac{-8 - 12}{-2} = \frac{20}{-2} = 10;$$

$$\begin{cases} y = -2 \\ x = 8 - (-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ x = 8 - 10 \\ y = -2 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ x = -2 \end{cases}$$

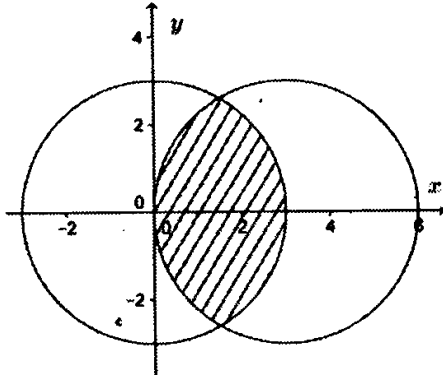
Ответ: $(10; -2); (-2; 10)$

Пример.

Изобразите на координатной плоскости множество решений системы:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ (x - 3)^2 + y^2 \geq 9 \end{cases}$$

Решение:



Задания для самоконтроля!

Выполните задания по теме «Уравнения и неравенства с двумя переменными.»

Задание № 1

Решите уравнение:

$$ax^3 - 81x = 0$$

$$б \frac{10y}{9y^2 - 4} + \frac{y - 5}{3y + 2} = \frac{y - 3}{2 - 3y} y - 3$$

Задание № 2

Решите неравенство:

$$a 2x^2 - 13x + 6 < 0$$

$$б x^2 > 9$$

Задание № 3

Решите неравенство методом интервалов:

$$a (x + 8)(x - 4)(x - 7) > 0$$

$$б \frac{x - 5}{x + 7} < 0$$

Задание № 4

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 - y = 1 \end{cases}$$

Задание № 5

Периметр прямоугольника равен 28 м, а его площадь равна 40 м².
Найдите стороны прямоугольника.

Задание № 6

Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ y \leq x + 1 \end{cases}$$

Задание № 7

Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 + 4$ и прямой $x + y = 6$.

III. Тема: «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Содержание:

- ❖ Определение арифметической прогрессии.
- ❖ Формула n -го члена арифметической прогрессии.

Знать:

- Определение арифметической прогрессии.
- Какое число называют разностью арифметической прогрессии.
- Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Уметь:

- применять формулу n -го члена арифметической прогрессии;
- применять формулу суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Пример.

(C_n) – арифметическая прогрессия. Найдите C_5 , если $C_1 = 20$; $d = 3$

Решение: $C_5 = 20 + 3 \cdot 4 = 32$

Ответ: 32

Пример.

Найдите сумму первых шестидесяти членов арифметической прогрессии

(a_n) , если $a_1 = 3$, $a_{60} = 57$

Решение: $S_{60} = \frac{(3+57) \cdot 60}{2} = 60 \cdot 30 = 1800$

Ответ: $S_{60} = 1800$

Пример.

Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии 3; -6; ...

Решение: $b_1 = 3$; $b_2 = -6$; $g = \frac{-6}{3} = -2$

$$S_6 = \frac{3 \cdot 6((-2)^6 - 1)}{-2 - 1} = \frac{3 \cdot (64 - 1)}{-3} = -63$$

Ответ: $S_6 = -63$ Решить четыре упражнения (по выбору) из каждого раздела.

Содержание:

- Определение геометрической прогрессии.
- Формула n -го члена геометрической прогрессии.

Знать:

- Определение геометрической прогрессии.
- Что называют знаменателем геометрической прогрессии.
- Как выражается квадрат любого члена геометрической прогрессии.
- Начиная со второго, через предыдущий и последующий члены.
- Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Уметь:

- применять формулу n -го члена геометрической прогрессии;
- применять формулу суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Решить по четыре упражнения из каждого раздела.

Задания для самоконтроля!

Выполните задания по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Задание № 1

Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -15$ и $d = 3$

Задание № 2

Найдите сумму шестидесяти первых членов последовательности (b_n) , заданной формулой:
 $b_n = 3n - 1$

Задание № 3

Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -32$ и $q = 0,5$

Задание № 4

Первый член геометрической прогрессии (b_n) равен 2, а знаменатель равен 3.
Найдите сумму первых членов этой прогрессии.

Задание № 5

Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: 24; -12; 6; ...

Задание № 4

Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: $a_0, (27)60,5(6)$.

I. Тема: «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

Содержание:

- ❖ Перестановки
- ❖ Размещения
- ❖ Сочетания

Знать:

- Что называется, перестановкой из n элементов.
- Что называется, размещением из n элементов по k .
- Формулу для вычисления числа сочетаний из n элементов по k .

Уметь:

- Применять формулу для вычисления числа сочетаний из n элементов по k .
- Решать комбинаторные задачи.

Содержание:

- Относительная частота случайного события.

- Вероятность равновозможных событий.

Знать:

- Что называется, относительной частотой случайного события
- Как вычисляют вероятность случайного события при классическом подходе

Уметь:

- Решать простейшие задачи с использованием понятий: «случайное событие», «вероятность случайных событий»

Пример.

Найдите значение выражения: $\frac{15!}{14!}; \frac{8!}{10!}$

Решение: $\frac{15!}{14!} = 15; \frac{8!}{10!} = \frac{1}{9 \cdot 10} = \frac{1}{90}$

Ответ: $\frac{1}{90}$

Пример.

Какова вероятность того, что при бросании двух кубиков сумма выпавших на них очков равна 3.

Решение: пусть C – событие, состоящее в том, что при бросании игрального кубика сумма выпавших на них очков равна 3;

у одного кубика исходов – 6,

у двух кубиков $6 \cdot 6 = 36$, и только у двух исходов сумма очков равна 3.

Значит, вероятность события C равна: $P(C) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

Ответ: $\frac{1}{18}$

Задания для самоконтроля!

Выполните задания по теме «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

Задание № 1

Сколькими способами могут разместиться 5 человек в салоне автобуса на пяти свободных местах.

Задание № 2

Сколько трёхзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из цифр 1, 2, 5, 7, 9

Задание № 3

Победителю конкурса книголюбов разрешается выбрать две книги из 10 различных книг. Сколькими способами он может осуществить свой выбор?

Задание № 4

В доме 90 квартир, которые распределяются по жребию. Какова вероятность того, что жильцу не достанется квартира на первом этаже, если таких квартир 6?