

Информационно-методический материал по ГЕОМЕТРИИ 8 класс

Рекомендуемый учебник: А.В.Погорелов, Геометрия 7-9 класс; М. «Просвещение», 2014г.

I. Тема: «Четырёхугольники»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- ❖ определение четырёхугольника;
- ❖ параллелограмм;
- ❖ прямоугольник; ромб; квадрат;
- ❖ теорема Фалеса;
- ❖ средняя линия треугольника;
- ❖ трапеция;
- ❖ теорема о пропорциональных отрезках.

Знать:

- какая фигура называется четырёхугольником;
- диагонали четырёхугольника;
- как обозначается четырёхугольник
- какая фигура называется параллелограммом;
- свойство диагоналей параллелограмма;
- какая фигура называется прямоугольником;
- какая фигура называется ромбом; квадратом;
- что называют средней линией треугольника
- какая трапеция называется равнобокой;
- что называют средней линией трапеции.

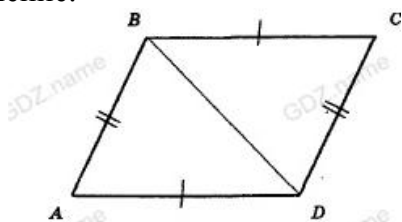
Уметь:

- выполнять построение четырёхугольника;
- доказывать теорему о диагоналях параллелограмма;
- перечислить свойства квадрата;
- доказывать теорему Фалеса и применять её в решение задач;
- доказывать теорему о пропорциональных отрезках;
- доказывать теорему о средней линии трапеции и применять её в решение задач.

Пример:

Периметр параллелограмма ABCD равен 10 см. Найдите длину диагонали BD, если периметр треугольника ABD равен 8 см.

Решение:



$$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD), \text{ поэтому } AB + AD = \frac{1}{2} P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} = 5 \text{ см.}$$

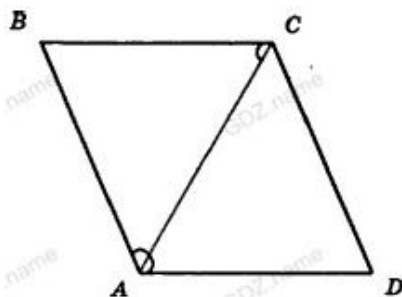
$$P_{ABD} = AB + AD + BD = 8 \text{ см. } BD = 8 \text{ см} - (AB + AD) = 8 \text{ см} - 5 \text{ см} = 3 \text{ см.}$$

Ответ: 3 см.

Пример:

Докажите, что если диагональ параллелограмма является биссектрисой его углов, то он является ромбом.

Решение:



Пусть AC – биссектриса и диагональ в параллелограмме $ABCD$, тогда $\angle ABC = \angle CAD$
 $\angle BCA = \angle CAD$ (как накрест лежащие углы, $BC \parallel AD$, AC – секущая.
тогда, $\angle BAC = \angle BCA$, а значит $\triangle ABC$ – равнобедренный, AC – основание; $AC = BC$.
По свойству параллелограмма $AB = CD$, $BC = AD$, как противоположные стороны.
Получили, все стороны параллелограмма $ABCD$ равны, значит $ABCD$ – ромб.

Выполните задания по теме «Четырёхугольники»

Задание № 1

Вычислите градусные меры острых углов прямоугольного треугольника, если известно, что один из них на 28° меньше другого.

Задание № 2

$ABCD$ – параллелограмм, где угол D равен 130° .
 AC – диагональ параллелограмма. Угол $BCA = 15^\circ$.

Вычислите градусные меры углов ABC и ACD .

Задание № 3

Периметр параллелограмма равен 30 см.
Вычислите длины сторон параллелограмма, если одна из них на 3 см больше другой.

Задание № 4

На диагонали MT прямоугольника $KMPT$ отложены равные отрезки MA и TB .
Докажите:

- равенство треугольников KMA и TBP
- что четырёхугольник $KAPB$ является параллелограммом.

Задание № 5

Диагонали ромба равны 12 см и 18 см. Середины его сторон последовательно соединены отрезками.

- Вычислите периметр образовавшегося четырёхугольника.
- Определите вид этого четырёхугольника.

Задание № 6

Высота прямоугольной трапеции $ABCD$ равна 8 см, меньшее основание VD – 10 см,
Угол CDA равен 45° .

Вычислите длину средней линии трапеции.

Тема: «Теорема Пифагора»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- ❖ косинус угла;
- ❖ теорема Пифагора;
- ❖ перпендикуляр и наклонная;
- ❖ соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике.

Знать:

- от чего зависит косинус угла;
- как выражается катет прямоугольного треугольника через гипотенузу и
- основные тригонометрические тождества;

Уметь:

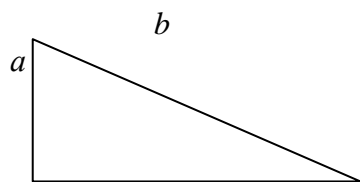
- дать определение косинуса угла;

- доказывать теорему Пифагора и применять её при решении задач;
- доказывать неравенство треугольника.

Пример:

У прямоугольного треугольника заданы катеты $a = 3$ и $b = 4$. Найдите гипотенузу.

Решение:



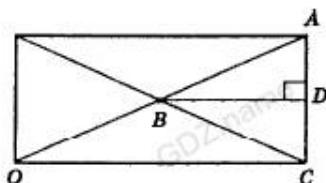
По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$; $c = \sqrt{a^2 + b^2}$; $c = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

Ответ: 5

Пример:

Стороны прямоугольника равны 12,4 и 26. Найдите угол между диагоналями.

Решение:



$$AD = \frac{1}{2} AC = \frac{12,4}{2} = 6,2; \quad BD = \frac{1}{2} OC = \frac{26}{2} = 13;$$

$$\operatorname{tg} \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{6,2}{13} \approx 0,4769;$$

Так что $\angle ABD = 25^\circ 30'$; $\angle ABC = 2\angle ABD = 51^\circ$.

Ответ: 51° .

Выполните задания по теме «Теорема Пифагора»

Задание № 1

Вычислите длину диагонали прямоугольника, если одна его сторона равна 8 см, а периметр – 46 см.

Задание № 2

Боковая сторона равнобокой трапеции равна 10 см, большее её основание – 17 см, высота – 8 см.

Вычислите:

- длину проекции боковой стороны трапеции на большее её основание;
- периметр трапеции.

Задание № 3

Вычислите длину диагонали прямоугольника, если его периметр равен 46 см, а одна сторона – 8 см

Задание № 4

Боковая сторона и большее основание равнобокой трапеции равны соответственно 10 см и 17 см. Высота её равна 8 см.

Вычислите:

- длину проекции диагонали трапеции на большее основание;
- синус угла, образованного диагональю трапеции и большим основанием.

Тема: «Декартовы координаты на плоскости»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- ❖ определение декартовых координат;
- ❖ координаты середины отрезка;
- ❖ расстояние между точками;
- ❖ уравнение окружности;
- ❖ уравнение прямой;
- ❖ график линейной функции;
- ❖ определение синуса, косинуса и тангенса любого угла.

Знать:

- как определяются координаты точки;
- формулу для координат середины отрезка;
- что такое уравнение фигуры в декартовых координатах.

Уметь:

- находить координаты середины отрезка;
- находить расстояние между точками;
- выводить формулу для расстояния между точками;
- выводить уравнение окружности.

Пример:

Даны три точки $A(4;-2)$, $B(1;2)$, $C(-2;6)$. Найдите расстояние между этими точками, взятыми попарно.

Решение:

Расстояние между точками $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ вычисляется по формуле:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} ; \text{ в нашем случае}$$

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$AC = \sqrt{(4+2)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10;$$

$$BC = \sqrt{(1+2)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

Ответ: $AB = 5$; $AC = 10$; $BC = 5$.

Пример:

Какие из точек $(1; 2)$, $(3; 4)$, $(-4; 3)$, $(0; 5)$, $(6; -1)$ лежат на окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 = 25$?

Решение:

Подставим координаты всех точек в уравнение окружности:

1) $(1; 2)$. $1^2 + 2^2 = 25$ - неверно.

2) $(3; 4)$. $3^2 + 4^2 = 25$ - верно.

3) $(0; 5)$. $0^2 + 5^2 = 25$ - верно.

4) $(5; -1)$. $5^2 + (-1)^2 = 25$ - неверно.

5) $(-4; 3)$. $(-4)^2 + 3^2 = 25$ - верно.

Значит точки $(3; 4)$, $(0; 5)$, $(-4; 3)$ лежат на данной окружности.

Выполните задания по теме «Декартовы координаты на плоскости»

Задание № 1

Дан отрезок МК, М (6; - 2), К(9- 2;4).

а) Вычислите длину отрезка МК

б) Постройте отрезок M_1K_1 , симметричный отрезку МК относительно оси ординат.

Определите вид четырёхугольника KK_1MM_1 .

Задание № 2

Запишите уравнение окружности с центром в начале координат, проходящей через точку А (-2;4)

Задание № 3

Точки А (4; -1), В(2;4), С (0; -1) являются вершинами параллелограмма ABCD. Найдите координаты вершины Д.

Тема: «Движение»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- ❖ преобразование фигур;
- ❖ свойства движений;
- ❖ симметрия относительно точки, прямой;
- ❖ параллельный перенос и его свойства;
- ❖ сонаправленность полупрямых;
- ❖ равенство фигур.

Знать:

- какое преобразование называется движением;
- какая фигура называется центрально-симметричной;
- свойства параллельного переноса;
- что такое ось симметрии фигуры. Привести пример;
- какие фигуры называют равными.

Уметь:

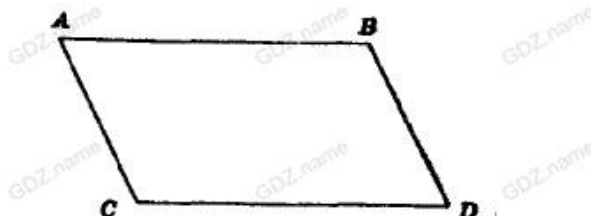
- строить симметричную фигуру относительно прямой;
- находить расстояние между точками;
- выводить формулу для расстояния между точками;

выводить уравнение окружности.

Пример:

Четырёхугольник ABCD — параллелограмм. Среди лучей АВ, ВА, ВС, СВ, CD, DC, AD, DA назовите пары одинаково и противоположно направленных лучей.

Решение:



Одинаково направленные лучи: АВ и CD; ВА и DC;

АВ и CD; ВА и DC.

Противоположно направленные лучи: АВ и ВА; ВС и СВ; CD и DC; AD и DA; АВ и DC; ВА и CD.

Тема: «Векторы»

Прочитайте следующие разделы по данной теме:

- ❖ абсолютная величина и направление вектора;
- ❖ координаты вектора;
- ❖ сложение векторов;
- ❖ умножение вектора на число;
- ❖ скалярное произведение векторов.

Знать:

- что такое вектор;
- что такое абсолютная величина вектора;
- что такое координата вектора;
- какие векторы называют коллинеарными.

Уметь:

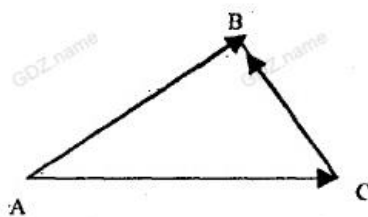
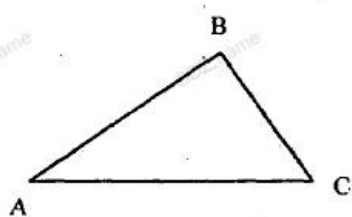
- находить сумму векторов;
- находить разность векторов;
- умножать вектор на число;
- выполнять разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Пример:

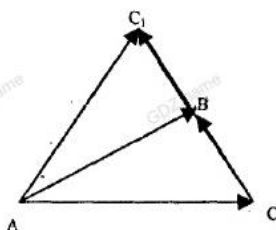
Дан треугольник ABC. Найдите сумму векторов:

1) \overline{AC} и \overline{CB} ; 2) \overline{AB} и \overline{CB} ; 3) \overline{AC} и \overline{AB} ; 4) \overline{CA} и \overline{CB}

Решение:

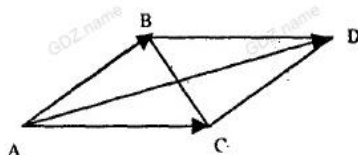


$$1) \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}$$

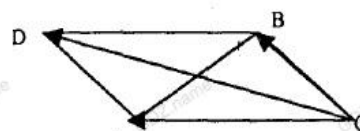


$$2) \overline{BC_1} = \overline{CB}$$

$$\overline{AC_1} = \overline{AB} + \overline{CB}$$



$$3) \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{AB}$$



$$4) \overline{CD} = \overline{CA} + \overline{CB}$$

Выполните задания по теме «Движение. Векторы»

Задание № 1

Дан отрезок AB, A (-4; -3), B(2;5). Постройте отрезок A₁B₁, симметричный отрезку AB относительно оси абсцисс. Определите вид четырёхугольника.

Задание № 2

Точки $K(3; -3)$, $M(-5; 1)$, $P(-3; 5)$ являются вершинами параллелограмма $KMPT$. Напишите уравнение прямой, на которой лежит диагональ MT .

Задание № 3

Начертите два произвольных вектора \overline{AB} и \overline{AC}

Отложите от точки A вектор, равный $2 \cdot \overline{AB} + \overline{BC}$

Задание № 4

Даны точки $K(2; 1)$, $M(0; 5)$, $P(-1; -3)$, $T(-3; 1)$

а) Докажите, что $\overline{KM} = \overline{PT}$

б) Вычислите координаты вектора $0,5\overline{KM} + \overline{TK}$

в) Вычислите абсолютную величину вектора \overline{PT}