10 класс Алгебра

Учебник: «Алгебра и начала анализа», 10-11 класс Автор А.Н. Колмогоров. Москва «Просвещение» 2014г.

Темы:

1. Тригонометрические выражения.
2. Тригонометрические функции.
3. Тригонометрические уравнения.
4. Производная.
5. Применение производной.

Основное содержание:

Радианное измерение углов. Синус, косинус, тангенс и котангенс произвольного угла. Соотношение между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы сложения. Свойства функций: непрерывность, периодичность, чётность и нечётность, возрастание и убывание, экстремумы, наибольшее и наименьшее значение, ограниченность, сохранение знака. Свойства и графики тригонометрических функций. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа. Простейшие тригонометрические уравнения, систем уравнений. Производная. Производные суммы, произведения и частного. Производная функций вида $y = ax + b$. Таблица производных элементарных функций. Геометрический и механический смысл производной. Применение производной к исследованию функций.

Предисловие.

Уважаемые обучающиеся, прежде всего вы, должны ознакомиться с предисловием на стр.3 учебника. Прочитав, вы поймёте смысл нового предмета, научитесь пользоваться учебником, найдёте упражнения, при подготовке к контрольным работам и аттестации. О происхождении изучаемых понятий, терминов и символов, о людях, создавших математический анализ, вы узнаете, прочитав разделы «Сведения из истории» Вы должны знать обозначения, встречающиеся в учебном пособии, на стр.4.

Цели, умения и навыки по данным темам:

а) <u>Тригонометрические выражения.</u>

Знать, что такое радиан и уметь переходить от радианной меры угла к градусной мере и наоборот. Знать формулы наизусть $\pi = 180°$, $a° = \frac{\pi}{180°} \cdot a°$

Пример: $120° = \frac{\pi}{\underset{3}{180°}} \cdot 120° = \frac{2\pi}{3}$

Решить: №1(а,г), №2 (б,в)

Рассмотреть свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса, знаки по четвертям, уметь пользоваться таблицей значений тригонометрических функций для некоторых углов стр.7.

Знать основные формулы тригонометрии наизусть:

$sin^2 \alpha + cos^2\alpha = 1$

$sin^2 \alpha = 1 - cos^2\alpha$

$sin\, \alpha = \pm\sqrt{1 - cos^2\alpha}$

$cos^2\alpha = 1 - sin^2 \alpha$

$cos\alpha = \pm\sqrt{1 - sin^2 \alpha}$

$tg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, cos\alpha \neq 0$

$ctg \propto \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\ , \sin \alpha \neq 0$

$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$

$tg^2 \propto +1 = \frac{1}{cos^2\alpha}$

$ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{sin^2 \propto}$

$\sin 2\alpha = 2\, sin\, \alpha\, cos\alpha$

$cos2\alpha = cos^2\alpha - sin^2 \alpha$

$cos2\alpha = 1 - 2sin^2 \alpha$

$cos2\alpha = 2cos^2\alpha - 1$

Формулами на стр.8, 9, 10 научиться пользоваться при решении.

Уметь грамотно применять формулы приведения стр.8.

Пример 1.

Дано: $cos\alpha = \frac{15}{17}, \frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$

Найти: $\sin 2\alpha, tg\alpha, tg^2\alpha$

Решение: $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi - 4$ четверть

$$\sin \propto = \sqrt{1 - cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{15}{17}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \sqrt{\frac{289}{289} - \frac{225}{289}} = \sqrt{\frac{64}{289}} = \frac{8}{17}$$

Так как $\sin\alpha$ в 4 четверти имеет "-" то $\sin \propto = -\frac{8}{17}$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{8}{17} : \frac{15}{17} = -\frac{8}{17} \cdot \frac{17}{5} = -\frac{8}{15}$$

$$ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{15}{17} : \left(\frac{8}{17}\right) = \frac{15}{17} \cdot \left(-\frac{17}{8}\right) = -\frac{15}{8} = -1\frac{7}{8}$$

Пример 2. Упростить выражение.

$$cos^2\alpha - cos^4\alpha + \sin^4\alpha = cos^2\alpha(1 - cos^2\alpha) + \sin^4\alpha = cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha + \sin^4\alpha$$
$$= \sin^2\alpha$$

Решить: №3 (б,г), №7 (а,б), №8 (б,в), №9 (г)

Вид самоконтроля!

Выполните контрольную работу №1

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

1. Выразить в радианной мере:

а) $72° =$

б) $310° =$

в) $150° =$

2. Найти числовое значение выражения: $3tg\frac{\pi}{4} - sin^2\frac{\pi}{3} + cos^2\frac{\pi}{6}$

3. $sin\alpha = cos\alpha = -\frac{12}{13}$ $, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Найти: $sin\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$.

4. Упростить выражение: $ctg^2\alpha(1 - cos2\alpha) + cos^2\alpha$

5. Найти значение выражения: $3sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + 2cos(3\alpha - \pi)$, если $\alpha = \frac{\pi}{4}$

6. Верно ли равенство: $\sin\frac{7\pi}{12}$ - $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

б) Тригонометрические функции. Уметь строить графики тригонометрических функций и знать из свойства стр. 14-20

Решить: Построить график функций и перечислить их свойства.

$y = 2\,sinx,\ y = cos2x,\ y = sinx - 1,\ y = |2cosx|$

Знать свойства: непрерывность, периодичность, чётность и нечётность, возрастание и убывание, экстремумы, ограниченность, сохранение знака.

Решить: № 57(б,г), №59 (а), №64 (в), №67 (б,г) в)

Тригонометрические уравнения.

Понимать, что такое арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

Уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.

Знать общую формулу корней или обращаться к справочной таблице.

Особое внимание уделить решению уравнений вида $sinx = 0,\ cosx = 0,\ sinx = 1,\ cosx = 1,\ sinx = -1,\ cosx = -1$

При решении сложных уравнений надо привести уравнение к виду, содержащему лишь одну тригонометрическую функцию одного аргумента.

Выучить наизусть или уметь пользоваться следующими формулами:

$x = (-1)^n ancsina + \pi n \quad , n\epsilon z$

$x = (-1)^{n+1} ancsina + \quad \pi n\epsilon z$

$x = \pm anccosa + 2\pi n, n\epsilon z$

$x = \pm(\pi - anccosa) + \quad 2\pi n \ , n\epsilon z$

$x = anctga + \pi n, n\epsilon z$

$x = -anctg + \ \pi n, n\epsilon z$

$x = ancctga + \pi n, n\epsilon z$

$x = \pi - ancctg + \pi n, n\epsilon z$

Пример 1. Решить уравнение.

$2sin^2x + sinx - 1 = 0$

$sinx = y$

$2y^2$+y-1=0

$D = 1 + 8 = 9$

$$y_1 = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

$$y_2 = \frac{-1-3}{4} = -1$$

$sinx = \frac{1}{2}$ и $sinx = -1$ – частный случай

$$x = (-1)^n ancsin\frac{1}{2} + \pi n, n\epsilon z$$

$$x_2 = -\frac{\pi}{2} + \pi n, n\epsilon z$$

$$x_1 = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n\epsilon z$$

Пример 2. Решить уравнение.

$$3sin^2x \quad + sinxcosx = 2cos^2x$$

$$\frac{3sin^2x}{sin^2x} + \frac{sinxcosx}{sin^2x} = \frac{2cos^2x}{sin^2x}$$

$$3 + \frac{cosx}{sinx} = \frac{2cos^2x}{sin^2x}$$

$$3 + ctgx = 2ctg^2x$$

$$2ctg^2x - ctgx - 3 = 0$$

$$ctgx = y$$

$$2y^2 - y - 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$y_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

$$y_2 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$ctgx = 1{,}5$ и $ctgx = -1$

$$x_1 = ancctg1{,}5 + \pi n, n\epsilon z$$

$$x = \pi - ancctg1 + \pi n, n\epsilon z$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{4} + \pi n, n\epsilon z$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n\epsilon z$$

Решить №165(а,г), №168(б,в), №169(г), №171 (б,г)

Самоконтроль!

Выполните контрольную работу №2

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

1. Решить уравнения:

а) $4sin^2x + 11sinx - 3 = 0$

б) $8sin^2x + cosx + 1 = 0$

в) $tgx - 2ctgx + 1 = 0$

г) $4sin^2x - 1 = 0$

д) $9sinxcos - 7cos^2x = 2sin^2x$

е) $cos2x = 2cosx - 1$

ж) $2sin^2x = \sqrt{3}\, sin2x$

з) $\frac{3}{5tgx+8} = 1$

и) $cos5x - cos3x = 0$

к) $cos3x + cosx = 4\, cos2x$

г) Производная

Уметь показывать на графике приращение аргумента и приращение функции.

Понятие о непрерывности функции предельном переходе могут быть опущены.

Понятие предела не предусматривается.

Уметь выводить производную суммы. Остальные – без доказательств.

Знать наизусть формулы дифференцирования:

$$C' = 0, \quad x' = 1, \quad (cx)' = c, \quad (x^n)' = nx^{n-1}, \quad (cx^n)' = cnx^{n-1},$$

$$sin'x = cosx, \quad cos' = -sinx, \quad tg' = \frac{1}{cos^2x}, \quad ctg'x = -\frac{1}{sin^2x}$$

Пользоваться таблицей:

$(u \cdot \vartheta)' = u' \cdot \vartheta + u \cdot \vartheta'$

$\left(\frac{u}{\vartheta}\right)' = \frac{u' \cdot \vartheta - u \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

$h'(x_\circ) = g'\big(f(x_\circ)\big) \cdot f'(x_\circ)$ - производная сложной функции.

Пример: Найти производную

а) y=$x^{-6} + 4x^{10} - 3cos4x + tg(3x-9)$

$y' = -6x^{-7} + 40x^9 + \frac{3}{cos^2x}$

б) $y = (9-6x)^{10}$

$y' = 10(9-6x)^9 \cdot (9-6x)' = -60(9-6x)^9$

Решить: №212 (б,в), №214 (б,г), №215 (а,б), №222 (а,г), №224 (в), №238

Самоконтроль!

Выполните контрольную работу №3

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

1.Вычислить значение производной функции f(x) в данной точке

$f(x) = \frac{3-x}{2+x}, x = -3$

2. Решить уравнение f' (x)=0, если $f(x) = 3x - 5x^2$

3. Решить неравенство f'(x)< 0, если $f(x) = 3x - 5x^2 + x^3$

4. Найти производную функции:

а) $f(\text{x}) = (2x-7)^8$

б)$f(\text{x}) = x^3sin2x$

в) $f(\text{x}) = sin5xsin3x + cos5xcos3x$

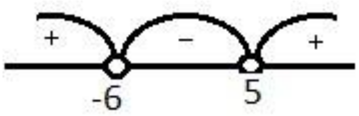
г)$f(\text{x}) = \frac{1}{2}$cos(2x-$\pi$)

д) Применение производной.

Вспомнить решение неравенств методом интервалов для того, чтобы применить его при исследовании функции.

Пример: Решить неравенство.

$\frac{x-5}{x+6} < 0$ $(x-5)(x+6) = 0,$ $x - 5 = 0$ или $x + 6 = 0$ $x = +5, x = -6$



Пусть , x=0, тогда $\frac{0-5}{0+6} = \frac{-}{+} =$ -

Затем знаки чередуем. Ответ (-6;5)

Усвоить геометрический смысл производной как углового коэффициента касательной и научиться применять его при решении задач.

Уметь находить скорость и ускорение при неравномерном движении, что составляет её механический смысл.

Пример. Материальная точка движения прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$

Найти скорость и ускорение в момент $t = 5c$

$\vartheta(t) = x'(t) = 3t^2 - 8t$

$\vartheta(5) = 3 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5 = 75 - 40 = 35$м/с

$a = \vartheta'(t) = 6t - 8$

$a(5) = 6 \cdot 5 - 8 = 30 - 8 = 22$м/с^2

Основное содержание темы раскрывается при описании применения производной к исследованию функций.

Знать определения возрастания и убывания функции, критических точек, точек экстремума, максимумы и минимумы.

Алгоритм исследования функции и построение графика:

1. Область определения функции
2. Чёткость и нечёткость
3. Производная
4. Критические точки
5. Определяем промежутки на прямой и знаки в каждом промежутке

6. Строим таблицу, в которой всегда четыре строчки, а столбцов в 2 раза больше промежутков. Определяем в этой таблице знак производной, возрастание и убывание функции, точки максимума и минимума
7. Находим точки пересечения графика с осью 0х и осью 0у
8. Строим график.

<u>Решить.</u> №267, №272, №277, №296 (а,г), №300 (б)

Самоконтроль!

Выполните контрольную работу №4

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

1. Найти промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 27x$
2. Найти критические точки функции $f(x) = 4 - 2x + 7x^2$
3. Исследовать функцию и построить график $f(x) = 3x^2 - x^3$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 3x^5 - 5x^3$ на отрезке $[-1; 1]$