

Математика 11 класс

Учебник: «Алгебра и начала анализа» 10-11 класс, автор А.Н. Колмагоров, «Просвещение» 2018 г.

Темы:

- 1. Первообразная и интеграл.**
- 2. Показательная и логарифмическая функции.**
- 3. Уравнения, неравенство, системы.**

Основное содержание.

Понятие о степени с иррациональным показателем. Решение иррациональных уравнений. Показательная функция, её свойства и график. Тожественные преобразования показательных выражений. Решение показательных уравнений и неравенств. Логарифм числа. Основные свойства логарифмов. Логарифмическая функция, её свойства и график. Решение логарифмических уравнений и неравенств. Производная показательной функции. Число «е» и натуральный логарифм. Производная степенной функции. Первообразная. Задача о нахождении площади криволинейной трапеции. Основные методы решения уравнений, неравенств и систем.

Цели, умения и навыки.

а) Первообразная и интеграл.

Понимать, что интегрирование – это операция, обратная дифференцированию. Уметь применять первообразную для вычисления площадей криволинейных трапеций. Рассмотреть физическую задачу о восстановлении закона движения по известному закону изменения скорости. Понятие первообразной рассмотреть на примерах, исходя из формул для производных. Уметь применять таблицу первообразных. Формула $S = F(b) - F(a)$ применяется без доказательства. Знать определение первообразной, её основное свойство, три правила нахождения первообразных, определение криволинейной трапеции, формулу Ньютона-Лейбница.

Пример 1. Найдите первообразную, график которой проходит через точку M

$$f(x) = x^{3+2} + 2, M(2; 15)$$

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + 2x + c$$

$$15 = \frac{2^4}{4} + 2 \cdot 2 + c$$

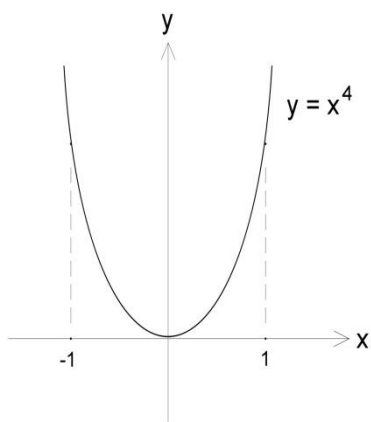
$$15 = 4 + 4 + c$$

$$c = 15 - 8 = 7$$

$$f(x) = \frac{x^4}{4} + 2x + 7$$

Пример 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.

$$y = x^4, y = 0, x = -1, x = 1$$



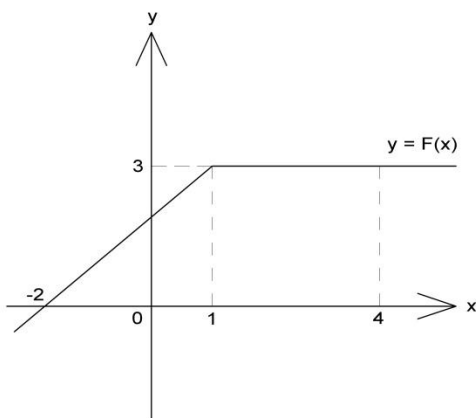
$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$S \int_{-1}^1 x^4 dx = \frac{1^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \text{ кв. ед.}$$

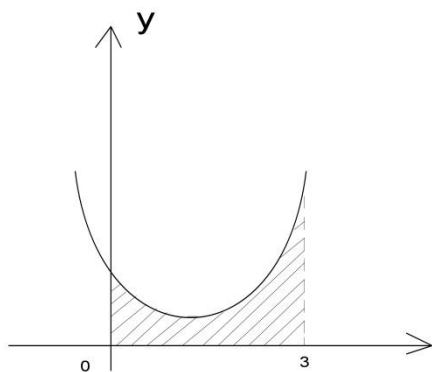
!

Выполните контрольную работу №1.

1. Найти первообразную, график которой проходит через точку M $f(x) = 4x + \frac{1}{x^2}$, $M(-1; 1)$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 2$
3. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} 3 \cos \frac{x}{2} dx$
4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислить $\int_{-2}^4 f(x) dx$



5. На рисунке изображён график $y = f(x)$. Одна из первообразных этой функции равна $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 3$. Найти площадь заштрихованной фигуры.



Решить № 346(а,б), № 355 (в,г), №356 (а,в), № 361 (в,г), №363

б). Показательная и логарифмическая функции.

Знать: а) определение корня n-ой степени,

б) наизусть основные свойства:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} (b \neq 0)$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[kn]{a} (k > 0)$
4. $\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[kn]{a^k} (k > 0)$
5. $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$

Уметь решать простейшие иррациональные уравнения и делать обязательно их проверку.

Знать: определение показательной логарифмической функции.

Уметь строить графики этих функций и помнить их свойства.

Знать: а) наизусть свойства логарифмов:

1. $\log_a 1 = 0$
2. $\log_a a = 1$
3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
5. $\log_a x^p = p \log_a x$
6. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

б) четыре способа решения показательных уравнений:

1. приведение к одному основанию;
2. вынесение общего множителя за скобку;
3. приведение к квадратному;

4. графический.

в) пять способов решения логарифмических уравнений:

1. по определению;
2. вынесение за скобки;
3. потенцированию;
4. приведение к квадратному корню;
5. графический.

г) формулы производной показательной и логарифмической функции

$$(e^x)' = e^x, (a^x)' = a^x \ln a, \quad \ln' x = \frac{1}{x}$$

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - x - 3}$

$$(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{x^2 - x - 3})^2$$

$$x = x^2 - x - 3$$

$$x^2 - x - 3 - x = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 - x = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{2} = -1$$

Проверка: $\sqrt{3} = \sqrt{3^2 - 3 - 3}$

$$\sqrt{3} = \sqrt{3} - \text{верно}$$

$\sqrt{-1}$ – не существует

$$x = 3$$

$x = -1$ – посторонний корень. Ответ: $x = 3$

Пример 2. Решить уравнение.

$$7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$$

$$7^{x+1} \cdot (7 + 4) = 539$$

$$11 \cdot 7^{x+1} = 539$$

$$7^{x+1} = 539 : 11 = 49$$

$$7^{x+1} = 7^2$$

$$x + 1 = 2$$

$$x = 1$$

Пример 3. $lg^2x + 2lgx - 3 = 0$

$$lgx = y$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0$$

$$D = 4 + 12 = 16$$

$$y_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$y_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

$$lgx = 1 \text{ и } lgx = -3$$

$$x = 10^1 = 10$$

$$x_2 = 10^{-3} = 0,001$$

Решить: №390, № 415, №423, №464, №524

Выполните контрольную работу №2

1. Найти значение числового выражения: $\sqrt[5]{1 \frac{11}{16} \cdot 4,5 - \frac{\sqrt[5]{9}}{\sqrt[5]{288}}}$

2. Решить уравнение:

а) $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+6} = 6$

б) $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$

г) $4^x - 0,25^{x-2} = 15$

д) $\log_5^2 x - \log_5 x = 2$

е) $\log_{0,3}(5 + 2x) = 1$

ж) $lg(3x^2 + 12x + 19) - lg(3x + 4) = 1$

з) $\log_2(4^x + 4) = \log_2 2^x + \log_2 2^x(2^{x+1} - 3)$

в) Уравнения, неравенства, системы. Тема носит повторительно-обобщающий, систематизирующий характер и фактически завершает изучение содержательной линии уравнений и неравенств курса алгебры. Эта тема является подготовкой к сдаче ЕГЭ. Ученик должен знать виды уравнений:

1. Линейные
2. Квадратные
3. Рациональные
4. Иррациональные

5. Тригонометрические

6. Показательные

7. Логарифмические

Уметь решать: линейные, квадратные, биквадратные, иррациональные.

Со справочником решать: тригонометрические, показательные, логарифмические.

Существуют те же виды неравенств.

Решить неравенство:

Пример 1.

$$\lg(2x - 3) > \lg(x + 1)$$

$$\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ 2x - 3 > x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x > 3 \\ x > -1 \\ x > 4 \end{cases} \text{ Выбираем больше большего. Ответ } x > 4$$

Решить систему уравнений:

Пример 2

$$\begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 9^{x+y} = 9^3 \\ 3^{x-y-1} = 3^0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: (2; 1)

Пример 3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \lg x - \lg y = 1 \\ \lg^2 x + \lg^2 y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 1 + \lg y \\ (1 + \lg y)^2 + \lg^2 y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 1 + \lg y \\ 1 + 2\lg y + \lg^2 y + \lg^2 y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 1 + \lg y \\ 2\lg^2 y + 2\lg y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lg x = 1 + \lg y \\ \lg^2 y + \lg y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$a_1 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$$

$$lgy = 1 \text{ и } lgy = -2$$

$$y_1 = 10^1 = 10y_2 = 10^{-2} = 0,01$$

$$lgx = 1 + lg10 \text{ и } lgx = 1 + lg0,01$$

$$lgx = 1 + 1 = 2 \text{ и } lgx = 1 - 2 = -1$$

$$x_1 = 10^2 = 100x_2 = 10^{-1} = 0,1$$

Ответ: (100;); (0,1; 0,01)

Решить: №140(а,б), №149, №175 (в,г), №188 (а,б)

Выполните контрольную работу № 3

1. Решить уравнение:

$$а) \frac{14}{x^2-4} + \frac{3}{(2-x)^2} = \frac{5}{(2-x)^2}$$

$$б) \sqrt{x^2 - 16} = x^2 - 22$$

$$в) x^{\log_2 x - 2} = 8$$

2. Решить неравенство:

$$а) 3x - 2^2 - 4x(2x - 3) \geq 0$$

$$б) \left(\frac{4}{3}\right)^{x+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^x > \frac{3}{16}$$

$$в) \log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_3 \frac{1}{2} < -2$$

3. Решить систему:

$$а) \begin{cases} 5^{x+y} = 125 \\ 4^{(x-y)^{2-1}} = 1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x+y) = 2 \\ \log_3(x-y) = 2 \end{cases}$$

Геометрия 11 класс

Учебник Геометрия 10-11 класс, А.В. Погорелов. «Просвещение» 2018г.

Темы:

- 1. Многогранники.**
- 2. Тела вращения.**
- 3. Объёмы многогранников.**
- 4. Объёмы и поверхности тел вращений.**

Основное содержание.

Многогранный и двугранный углы. Линейный угол двугранного угла. Многогранники. Сечения многогранников. Призма, Прямая и правильная призмы. Параллелепипед. Пирамида. Правильная пирамида. Тела вращения. Сечения тел вращения. Прямой круговой цилиндр. Сечение цилиндра. Прямой круговой конус. Сечение конуса. Сфера и шар. Касательная плоскость к сфере. Понятие об объёме. Свойства объёмов. Объёмы многогранников: прямоугольного и наклонного параллелепипедов, призмы, пирамиды. Объёмы цилиндра, конуса, шара. Понятие площади поверхности. Площади поверхностей цилиндра и конуса, площадь сферы.

Цели, умения, навыки.

а) Многогранники.

Знать определение многогранника и основные виды многогранников: параллелепипед, прямая, и правильная призма, пирамида, и усечённая пирамида, правильные многогранники, их определение и свойства.

Уметь изображать многогранники и строить их сечения, доказывать теорему «В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трёх его измерений»

Знать наизусть формулы:

1) $S_{\text{боковаяпризма}} = P_{\text{основание}} \cdot H$, где S – площадь боковой поверхности прямой призмы, P – периметр основания, H – высота призмы или длина бокового ребра.

2) $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$, где d - диагональ прямоугольного параллелепипеда, a – длина, b – ширина, c – высота.

Уметь находить среди многогранников 5 видов правильных многогранников: многогранников, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.

Задача 1. Правильной четырёхугольной призме площадь основания 144 см^2 , а высота 14 см . Найти диагональ призмы. Найти: BD_1

Решение: $A_1 B_1 D_1 C_1$ – квадрат

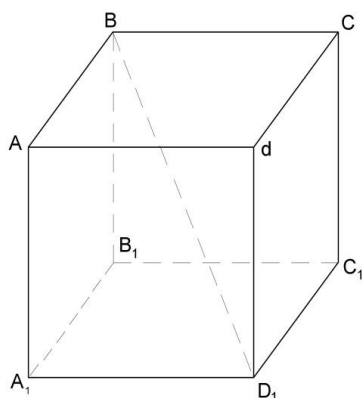
$$a = \sqrt{144} = 12 \text{ см}$$

$$a = b = 12$$

$$c = 14$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$d^2 = \sqrt{12^2 + 12^2 + 14^2} = \sqrt{144 + 144 + 196} = 22 \text{ см}$$



Задача 2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 7 см, а сторона основания 8 см. Найти боковое ребро.

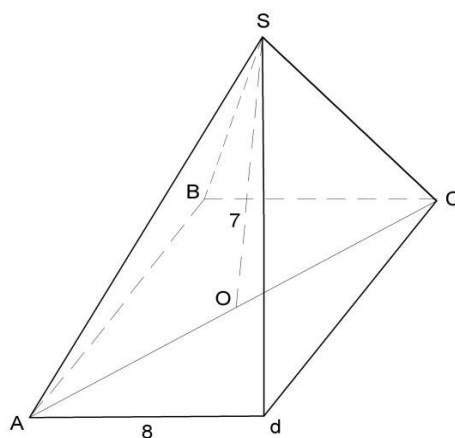
Решение: ABCD – квадрат

$\triangle ACD$ – прямоугольный

$$AC = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128}$$

$$OC = \sqrt{\frac{128}{2}}$$

$\triangle SOC$ – прямоугольный



$$SC = \sqrt{SO^2 + SO^2} = \sqrt{7^2 + \left(\frac{\sqrt{128}}{2}\right)^2} = \sqrt{49 + \frac{128}{4}} = \sqrt{\frac{196 + 128}{4}} = \sqrt{\frac{324}{4}} = \sqrt{81} = 9$$

Решить: №10, №23, №34, №63, №73.

Выполните контрольную работу №1.

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

Задача 1. В прямой треугольной призме все рёбра равны. Боковая поверхность равна 12 м^2 . Найти высоту.

Задача 2. В прямом параллелепипеде стороны оснований 6 м и 8 м, образуют угол 30° , боковое ребро равно 5 м. Найти полную поверхность этого параллелепипеда.

Задача 3. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое ребро боковой пирамиды равно 13 см. Вычислить высоту пирамиды.

Задача 4. В правильной четырёхугольной пирамиде найдите сторону основания, если боковое ребро равно 5 см, а полная поверхность 16 см^2 .

Задача 5. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде стороны оснований 8 м и 2 м. Высота равна 4 м. Найти полную поверхность.

б) Тела вращения.

Знать простейшие тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар; их определения и свойства.

Уметь изображать тела вращения и проводить их сечение, изображать вписанную и описанную призму и пирамиду, иметь представление тела и его поверхности. Решать задачи на вычисление длин, углов и площадей плоских фигур.

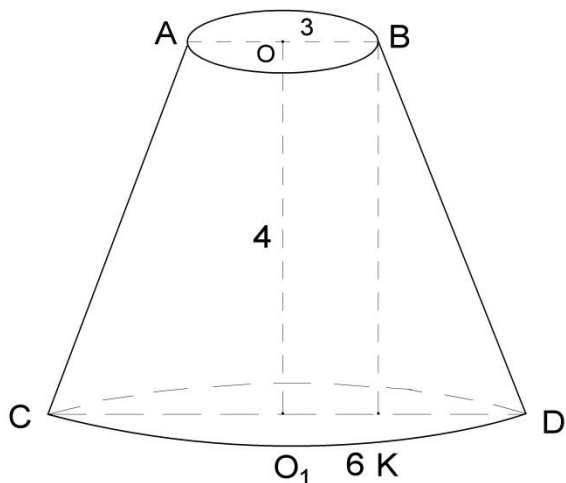
Задача 1. Радиусы оснований усечённого конуса 3 м и 6 м, высота 4 м. Найти образующую.

Решение:

$\triangle BKD$ – прямоугольный

$KD = 6 - 3 = 3$ по теореме Пифагора

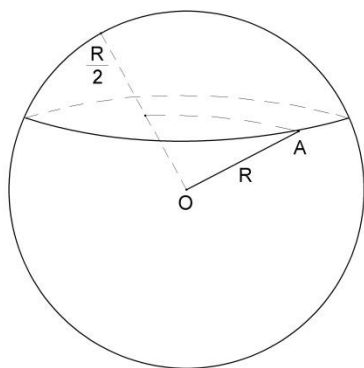
$$BD = L = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$



Задача 2. Через середину радиуса шара проведена перпендикулярная ему плоскость, как относится площадь полученного сечения к площади большого круга?

Решение. Если радиус шара R, то радиус круга в сечении будет $\sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = R\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Отношение площади этого круга к площади большого круга равно $\pi \left(R\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 : \pi R^2 = \frac{3}{4}$



Решить: №2, №8, №13, №22, №31

Выполните контрольную работу №2.

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

Задача 1. Высота цилиндра 6 см, радиус основания 5 см. Найти площадь сечения, проведённого параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от неё.

Задача 2. Образующая конуса L наклонена к плоскости основания под углом 30° . Найдите высоту.

Задача 3. Радиусы оснований усечённого конуса 3дм и 7дм, образующая 5дм. Найдите площади осевого сечения.

Задача 4. Шар, радиус которого 41дм, пересечён плоскостью на расстоянии 9дм от центра. Найдите площадь сечения.

Задача 5. Доказать, что центр шара, описанного около правильной пирамиды, лежит на её оси.

в) Объёмы многогранников.

Понятие объёма и его свойства изучаются на ознакомительном уровне с опорой на наглядные представления и жизненный опыт учащихся. Вывод формул не доказывается.

Знать наизусть формулы объёмов:

$V = abc$ – объём прямоугольного параллелепипеда,

$V = S_{\text{осн}} \cdot H$ – объём любой призмы,

$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$ – объём любой пирамиды,

$V = \frac{1}{3} h(\theta_1 + \sqrt{\theta_1 \theta_2} + \theta_2)$ – объём усечённой пирамиды.

Задача 1. Три латунных куба с рёбрами 3см, 4см, 5см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?

$$V_1 = 3^3 = 27$$

$$V_2 = 4^3 = 64$$

$$V_3 = 5^3 = 125$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = 27 + 64 + 125 = 216 \quad a = \sqrt[3]{216} = 6.$$

Задача 2. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9м и 12м, все боковые рёбра равны 12,5м. Найдите объём пирамиды.

Решение: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$.

$$AC = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81}$$

$$\sqrt{225} = 15$$

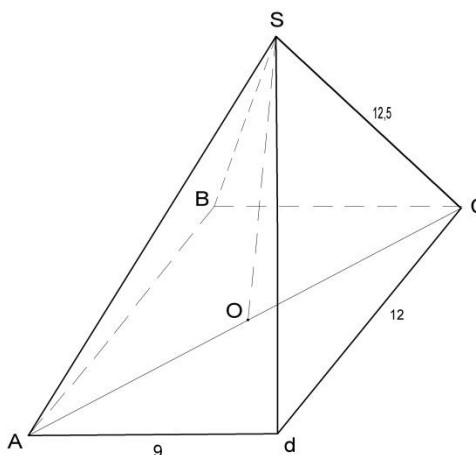
$$OC = 15 : 2 = 7,5 \quad SC = 12,5 : 2 = 7,5$$

$\triangle SOC$ – прямоугольный

по теореме Пифагора

$$SO = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = \sqrt{156,25 - 56,25} \\ = \sqrt{100} = 10$$

Решить: №2, №8, №12, №25, №30.



Выполните контрольную работу №3

(Для подготовки к промежуточной аттестации)

Задача 1. Металлический куб имеет внешнее ребро 10,2см и массу 514,15г. Толщина стенок равна 0,1см. Найти плотность металла, из которого сделан куб.

Задача 2. В прямом параллелепипеде стороны основания $2\sqrt{2}$ см и 5см образуют угол 45° . Меньшая диагональ параллелепипеда равна 7см. Найти его объём.

Задача 3. Сечение железнодорожной насыпи имеет вид трапеции с нижним основанием 14м, верхним 8м и высотой 3,2м. Сколько кубических метров земли приходится на 1км насыпи.

Задача 4. По ребру «а» правильного тетраэдра найти его объём.

г) Объёмы и поверхности тел вращения.

Знать наизусть формулы:

$$V_{\text{цилиндр}} = S_{\text{осн}} \cdot H \text{ или } \vartheta = \pi R^2 H$$

$$V_{\text{конус}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$V_{\text{усечённого конуса}} = \frac{1}{3} \pi h (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2)$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_{\text{сегмента}} = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3} \right)$$

$$V_{\text{сектора}} = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{бок.цил.}} = 2\pi R H$$

$$S_{\text{бок.конуса}} = \pi R L$$

$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$

Учиться решать задачи практической направленности.

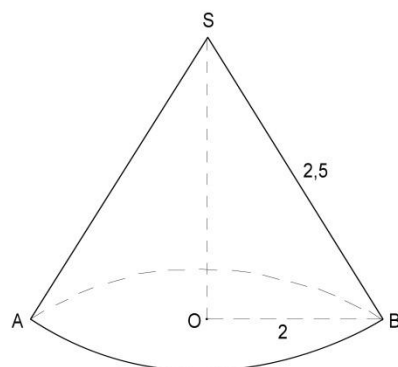
Задача 1. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2м, а образующая 2,5м. Найти объём кучи щебня.

Решение:

по теореме Пифагора $H = \sqrt{2,5^2 - 2^2} = \sqrt{6,25 - 4} = \sqrt{2,25} = 1,5$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 2^2 \cdot 1,5 \approx 6$$



Задача 2. Цилиндрическая дымовая труба с диаметром 65см имеет высоту 18м. Сколько метров жести нужно для её изготовления, если на заклёпку уходит 10% материала?

Решение: $S_{\text{бок.цил.}} = 2\pi R H = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,65 \cdot 18 = 73,676 \approx 74\text{м}^2$

$$10 = \frac{74 \cdot 10}{100} = 7,4$$

$$74 + 7,4 = 81,4$$

Решить: №1, №6, №11, №16, №22, №50.

Выполните контрольную работу №4

Задача 1. Насос, подающий воду в паровой котёл, имеет два водяных цилиндра. Диаметры цилиндров 80мм, а ход поршня 150мм. Чему равна часовая производительность насоса, если каждый поршень делает 50 рабочих ходов в минуту?

Задача 2. Чугунный шар регулятора имеет массу 10кг. Найти диаметр шара (плотность чугуна $7,22(\text{см}^3)$)

Задача 3. Чему равен объём шарового сектора, если радиус окружности его основания 60см, а радиус шара 75см?

Задача 4. Конусообразная палатка высотой 3,5м с диаметром основания 4м покрыта парусиной. Сколько квадратных метров парусины пошло на палатку?

Задача 5. Сколько олифы потребуется на окраску внешней поверхности 100 ведер, имеющих форму усечённого конуса с диаметром оснований 25см и 30см и образующей 27,5см, если на 1м^2 требуется 150г олифы?